ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

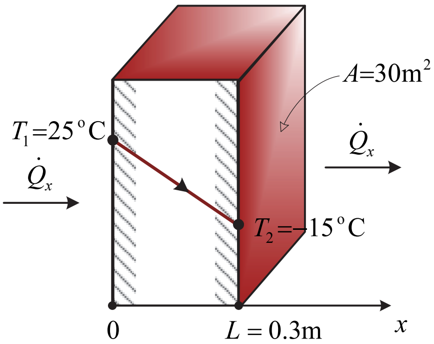
ΆΣΚΗΣΗ 1.1

Ένα διαχωριστικό τοίχωμα σκυροδέματος, επιφάνειας 30m^2, διαθέτει επιφανειακές θερμοκρασίες 25^{o}C και –15^{o}C, ενώ έχει πάχος 0.30m. Αν ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του σκυροδέματος είναι 1.1W/m·K, να υπολογισθούν οι απώλειες θερμότητας μέσω του τοιχώματος.

Λύση:

Προϋποθέσεις:

Μόνιμη μονοδιάστατη ροή θερμότητας με αγωγιμότητα.



Σχήμα A1.1

Ανάλυση:

Εφαρμόζοντας το Νόμο Fourier για το τοίχωμα, όπου k, A σταθερές ποσότητες και χωρίς παραγωγή ενέργειας, εσωτερικά, με υπόψη την Εξίσωση (1.3) προκύπτει, ότι:

$$\dot{Q}_x = -kA\frac{dT}{dx} = -kA\frac{\Delta T}{\Delta x} = -kA\frac{T_2 - T_1}{L}$$

όπου, με αντικατάσταση των δεδομένων, οι ζητούμενες απώλειες είναι:

$$\dot{Q}_x = -(1.1\text{W/m}\cdot\text{K})(30\text{m}^2)\frac{(-15-25)\,^o\text{C}}{0.30\text{m}} = \mathbf{4400W} \text{ ή } \mathbf{4.4kW}$$

Συζήτηση:

Επισημαίνεται η ισότητα $\Delta T(°C) = \Delta T\,(K)$.

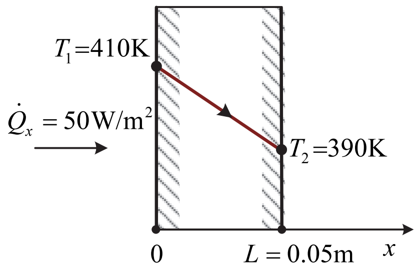
ΆΣΚΗΣΗ 1.2

Ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας μέσω μιας ξύλινης πλάκας, πάχους 50mm, με εσωτερική και εξωτερική επιφανειακή θερμοκρασία 390K και 410K, αντίστοιχα, είναι 50W/m^2. Να υπολογισθεί ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του ξύλου.

Λύση:

Προϋποθέσεις:

Μόνιμη μονοδιάστατη ροή θερμότητας με αγωγιμότητα.



Σχήμα Α1.2

Ανάλυση:

Εφαρμόζοντας το Νόμο Fourier για το τοίχωμα, όπου k, A σταθερές ποσότητες και χωρίς παραγωγή ενέργειας εσωτερικά, με υπόψη την Εξίσωση (1.3) προκύπτει, ότι:

$$\dot{Q} = -kA\frac{dT}{dx} = -kA\frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow$$

$$k = -\frac{\dot{Q}}{A}\frac{L}{T_2 - T_1} = -\left(50\text{W/m}^2\right)\frac{\left(50\cdot 10^{-3}\,\text{m}\right)}{(390-410)\,\text{K}} = \mathbf{0.125W / m\cdot K}$$

ΆΣΚΗΣΗ 1.3

Για τους πειραματικούς σκοπούς μελέτης του φαινομένου μονοδιάστατης ροής θερμότητας, χρησιμοποιείται διάταξη από χάλκινη κυλινδρική ράβδο, διαμέτρου 2cm και μήκους 17cm, ηλεκτρικά θερμαινόμενη στο ένα άκρο και ψυχόμενη, με ροή ύδατος, στο άλλο. Στην ηλεκτρική αντίσταση εφαρμόζεται τάση 40V, η οποία δημιουργεί ροή συνεχούς ρεύματος 1.5A. Η θερμοκρασία του νερού είναι 14°C και ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του χαλκού είναι 401W/m·K. Υπό την προϋπόθεση, ιδανικής περιμετρικής μόνωσης της ράβδου, να υπολογιστούν:

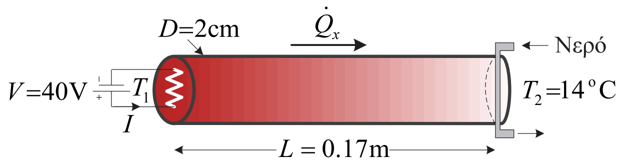
α) η θερμοκρασία στο θερμαινόμενο άκρο της και

β) η θερμοκρασιακή κλίση.

Λύση:

Προϋποθέσεις:

Μόνιμη μονοδιάστατη ροή θερμότητας, δεδομένου, ότι η ράβδος είναι περιμετρικά ιδανικά μονωμένη, με σταθερές τις ιδιότητες του μέσου.



Σχήμα Α1.3

Ανάλυση:

α) Η ισχύς, P, της ηλεκτρικής αντίστασης, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P = V \cdot I = (40\text{V})(1.5\text{A}) = 60\text{W}$$

Σύμφωνα με το φαινόμενο Joule, η ισχύς αυτή, μετασχηματίζεται σε θερμότητα, η οποία μεταφέρεται, διά μέσου, της ράβδου από το ένα άκρο στο άλλο, λόγω της θερμοκρασιακής τους διαφοράς. Η επιφάνεια, που είναι κάθετη στη ροή θερμότητας, είναι η διατομή της ράβδου και ισούται με:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (0.02\text{m})^2}{4} = 3.14 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2$$

Με εφαρμογή του Νόμου Fourier, υπολογίζεται η άγνωστη θερμοκρασία από την εξίσωση (1.3):

$$\dot{Q} = -kA\frac{T_2 - T_1}{L} \Rightarrow$$

$$T_1 = T_2 + \frac{\dot{Q}L}{kA} = \left(14\,^{\circ}\mathrm{C}\right) + \frac{(60\mathrm{W})(0.17\mathrm{m})}{(401\mathrm{W/m\cdot K})\left(3.14\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2\right)} = \mathbf{95\,^{\circ}C}$$

β) Η θερμοκρασιακή κλίση έχει σταθερή τιμή καθόλο το μήκος της ράβδου, ίση με:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_2 - T_1}{L} = \frac{(14-95)\,^{\circ}\mathrm{C}}{0.17\mathrm{m}} = \mathbf{-476\,^{\circ}C\,/\,m}$$

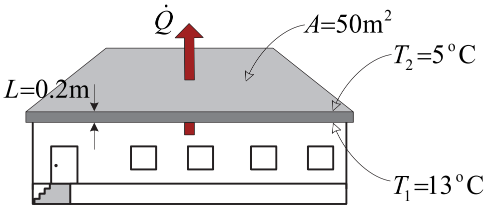
ΆΣΚΗΣΗ 1.4

Η οροφή, ηλεκτρικά θερμαινόμενης αποθήκης, έχει διαστάσεις 5m x 10m, πάχος 20cm, και είναι κατασκευασμένη από υλικό με συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας k=0.6W/m·K. Οι επιφανειακές θερμοκρασίες εσωτερικά / εξωτερικά είναι 13°C και 5°C, αντίστοιχα. Να προσδιορισθεί η ροή θερμότητας διά μέσου της οροφής και το κόστος της ηλεκτρικής ενέργειας για χρονικό διάστημα 12 ωρών, όταν 1kWh κοστίζει €0.1.

Λύση:

Προϋποθέσεις:

Μόνιμη μονοδιάστατη ροή θερμότητας, με σταθερές τις θερμοκρασίες του τοιχώματος, εσωτερικά / εξωτερικά, για 12 ώρες.



Σχήμα Α1.4

Ανάλυση:

Εφαρμόζοντας το Νόμο Fourier για το τοίχωμα, όπου k, A σταθερές ποσότητες και χωρίς παραγωγή ενέργειας εσωτερικά, από την εξίσωση (1.3), προκύπτει ότι:

$$\dot{Q} = -kA\frac{dT}{dx} = -kA\frac{\Delta t}{\Delta x} = -kA\frac{T_2 - T_1}{L}$$

και με αντικατάσταση των δεδομένων, η ροή θερμότητας θα είναι:

$$\dot{Q} = -(0.6\text{W/m}\cdot\text{K})(5\text{m}\cdot 10\text{m})\frac{(5-13)\,^{\circ}\text{C}}{0.2\text{m}} = \mathbf{1200W}$$

Το κόστος της ηλεκτρικής ενέργειας, για χρονικό διάστημα 12 ωρών, προκύπτει, ότι είναι:

$$\frac{1200\text{W}}{1000\text{W/kW}}\cdot 12\text{h}\cdot 0.1€/\text{kWh} = \mathbf{1.44€}$$

ΆΣΚΗΣΗ 1.5

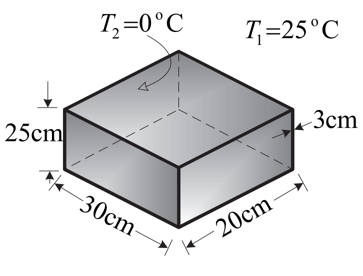
Ψυκτικός θάλαμος διαστάσεων 20cm x 30cm, με ύψος 25cm, χρησιμοποιείται για την αποθήκευση 14kg νερού, σε μορφή πάγου, θερμοκρασίας 0°C. Ο θάλαμος είναι κατασκευασμένος από διογκωμένη πολυστερίνη (EPS) (k=0.034W/m·K), πάχους 3cm και το τοίχωμά του, εξωτερικά, έχει θερμοκρασία 25°C. Υπό την προϋπόθεση, σταθερών συνθηκών και αμελητέων απωλειών από τη βάση του θαλάμου, να υπολογιστεί ο χρόνος για την πλήρη τήξη του πάγου.

Δίνεται: Θερμότητα τήξης του πάγου, h_{if}, 333.7kJ/kg.

Λύση:

Προϋποθέσεις:

Μόνιμη μονοδιάστατη ροή θερμότητας, με σταθερές ιδιότητες και αμελητέες απώλειες από τη βάση του θαλάμου.



Σχήμα Α1.5

Ιδιότητες:

Νερό (Πίνακας Π.12) στους 0°C, $\upsilon_f = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3/kg}$

Ανάλυση:

Η συνολική επιφάνεια συναλλαγής θερμότητας, εξαιρουμένης της βάσης του θαλάμου, είναι:

$$A = 2\left[(0.3\mathrm{m})\cdot(0.25\mathrm{m})\right] + 2\left[(0.2\mathrm{m})\cdot(0.25\mathrm{m})\right] + (0.2\mathrm{m})\cdot(0.3\mathrm{m}) = 0.31\mathrm{m}^2$$

Με εφαρμογή του Νόμου Fourier, για το τοίχωμα, από την εξίσωση (1.3) υπολογίζεται ο ρυθμός μεταφοράς θερμότητας προς το θάλαμο:

$$\dot{Q} = -kA\frac{T_2 - T_1}{L} = -(0.034\mathrm{W/m\cdot K})(0.31\mathrm{m}^2)\frac{(0-25)\,^{\mathrm{o}}\mathrm{C}}{0.03\mathrm{m}} = 8.8\mathrm{W}$$

Η απαιτούμενη συνολική ενέργεια για την πλήρη τήξη του πάγου, θα είναι:

$$Q = mh_{if} = (14\mathrm{kg})(333.7\mathrm{kJ/kg}) = 4671.8\mathrm{kJ}$$

Επομένως, ο χρόνος που απαιτείται για την τήξη του πάγου προκύπτει, ότι είναι:

$\Delta t = \dfrac{4671.8\cdot 10^3\,\mathrm{J}}{8.8\mathrm{J/s}} =$ **530886.4s** ή διαφορετικά **147.5** ώρες ή **6.1** ημέρες.

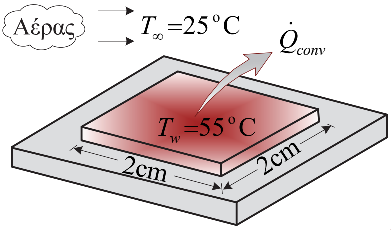
ΆΣΚΗΣΗ 1.6

Ηλεκτρονικός επεξεργαστής, διαστάσεων 2cm x 2cm, με επιφανειακή θερμοκρασία 55°C, ψύχεται από ρεύμα αέρα στο επάνω μέρος του, θερμοκρασίας 25°C. Εάν ο συντελεστής συναγωγιμότητας είναι $27\mathrm{W/m^2\cdot K}$, να υπολογισθεί ο ρυθμός ψύξης του επεξεργαστή.

Λύση:

Προϋποθέσεις:

Μόνιμη κατάσταση, με αμελητέα μεταφορά θερμότητας, λόγω ακτινοβολίας και χωρίς απώλειες θερμότητας από την κάτω επιφάνειά του ή τις πλευρές του.



Σχήμα Α1.6

Ανάλυση:

Με υπόψη το Νόμο του Newton, ο ρυθμός ψύξης του επεξεργαστή από την εξίσωση (1.4) θα είναι:

$$\dot{Q}_{conv} = hA\left(T_w - T_\infty\right) \Rightarrow$$

$$\dot{Q}_{conv} = \left(27\text{W/m}^2\text{K}\right)\left(0.02\text{m}\cdot 0.02\text{m}\right)\left(55-25\right)\,^\circ\text{C} = \mathbf{0.3W}$$

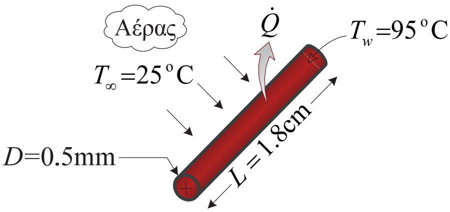
ΆΣΚΗΣΗ 1.7

Ανεμόμετρο θερμού σύρματος χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της ταχύτητας του αέρα, 25°C, σε πειραματική αεροσήραγγα. Ο αισθητήρας έχει σχήμα κυλινδρικό, μήκους 1.8cm, διαμέτρου 0.5mm, ενώ είναι βαθμονομημένος βάσει της συνάρτησης U(m/s)=$5\cdot 10^{-5}h^2$, όπου h(W/m$^2\cdot$K). Να υπολογισθεί η ταχύτητα του αέρα, εάν η θερμοκρασία του σύρματος παραμένει στους 95°C, καθόσον το ρεύμα που τον διαρρέει είναι 0.15A και η διαφορά δυναμικού 10V.

Λύση:

Προϋποθέσεις:

Μόνιμη κατάσταση, με αμελητέα μεταφορά θερμότητας λόγω ακτινοβολίας.



Σχήμα Α1.7

Ανάλυση:

Η ηλεκτρική ισχύς που παρέχεται στον αισθητήρα, μετασχηματίζεται σε θερμική, η οποία απομακρύνεται απ΄ αυτόν μέσω θερμικής συναγωγιμότητας. Επομένως, από το Νόμο του Νεύτωνα της εξίσωσης (1.4), προκύπτει ότι:

$$P=\dot{Q}=V\cdot I=hA\left(T_s-T_\infty\right)=h\left(\pi DL\right)\left(T_s-T_\infty\right)\Rightarrow$$

$$h=\frac{V\cdot I}{\left(\pi DL\right)\left(T_w-T_\infty\right)}\Rightarrow h=\frac{\left(10\mathrm{V}\right)\left(0.15\mathrm{A}\right)}{\pi\left(0.5\cdot10^{-3}\mathrm{m}\right)\left(1.8\cdot10^{-2}\mathrm{m}\right)\left(95-25\right)^{\mathrm{o}}\mathrm{C}}\Rightarrow$$

$$h=\mathbf{757.9W/m^2K}$$

Επομένως, η ταχύτητα του αέρα στην αεροσήραγγα είναι:

$$U=5\cdot10^{-5}h^2=5\cdot10^{-5}\left(757.9\mathrm{W/m^2K}\right)^2=\mathbf{28.7m/s}$$

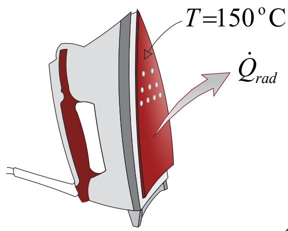
ΆΣΚΗΣΗ 1.8

Ηλεκτρικό σίδερο, με επιφανειακή θερμοκρασία 150°C, έχει επιφάνεια βάσης, με συντελεστή εκπομπής 0.6. Να υπολογισθεί η εκπεμπόμενη θερμική ακτινοβολία ανά μονάδα επιφάνειας της βάσης του.

Λύση:

Προϋποθέσεις:

Μόνιμη κατάσταση, με αμελητέα μεταφορά θερμότητας λόγω φυσικής συναγωγιμότητας.



Σχήμα Α1.8

Ανάλυση:

Λαμβάνοντας υπόψη το Νόμο Stefan-Boltzmann, από την εξίσωση (1.6), η εκπεμπόμενη θερμική ακτινοβολία ανά μονάδα επιφάνειας θα είναι: